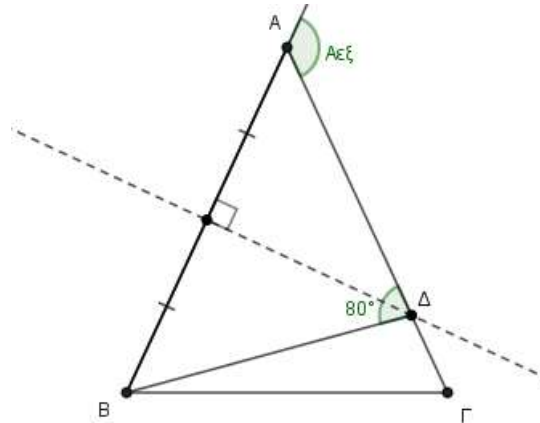


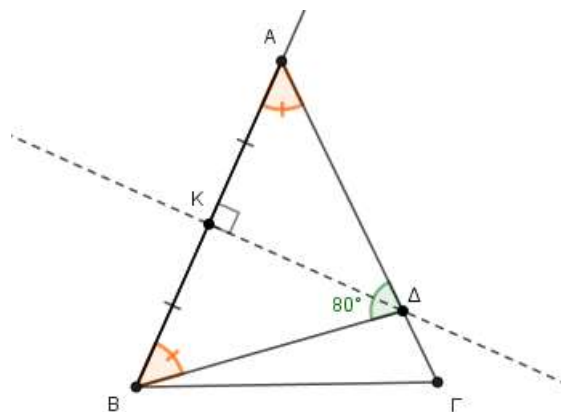
α) Στο τρίγωνο ABΓ η  $\widehat{A}_{εξ}$  θα είναι ίση με το άθροισμα των δυο απέναντι εσωτερικών γωνιών του, δηλαδή  $\widehat{A}_{εξ} = \widehat{A\widehat{B}\Gamma} + \widehat{\Gamma}$ .

Επειδή από υπόθεση είναι  $\widehat{A}_{εξ} = 2\widehat{A\widehat{B}\Gamma}$ , άρα  $2\widehat{A\widehat{B}\Gamma} = \widehat{A\widehat{B}\Gamma} + \widehat{\Gamma}$ , οπότε  $\widehat{A\widehat{B}\Gamma} = \widehat{\Gamma}$ .

Επομένως, το τρίγωνο ABΓ έχει τις γωνίες που πρόσκεινται στην πλευρά του ΒΓ ίσες, άρα θα είναι ισοσκελές με βάση τη ΒΓ, οπότε  $AB = AG$ .



β) Έστω Κ το σημείο τομής της μεσοκαθέτου της πλευράς AB του τριγώνου ABΓ.



Επειδή στο τρίγωνο AΔB η ΔΚ είναι μεσοκάθετος στην πλευρά του AB, τότε θα είναι ύψος και διάμεσος, οπότε το τρίγωνο θα είναι ισοσκελές με βάση την AB. Άρα θα έχει ίσες και τις γωνίες του που πρόσκεινται στη βάση του, δηλαδή  $\widehat{A} = \widehat{A\widehat{B}\Delta}$ .

Για τις γωνίες του τριγώνου AΔB ισχύει ότι  $\widehat{A\widehat{D}\Delta} + \widehat{A} + \widehat{A\widehat{B}\Delta} = 180^\circ$

Αφού είναι  $\widehat{A\widehat{D}\Delta} = 80^\circ$  και  $\widehat{A} = \widehat{A\widehat{B}\Delta}$ , τότε έχουμε:  $80^\circ + 2\widehat{A} = 180^\circ$  ή  $2\widehat{A} = 100^\circ$ ,

άρα  $\widehat{A} = 50^\circ$ .

Για τις γωνίες του τριγώνου ABΓ ισχύει ότι  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ$

Αφού είναι  $\widehat{A} = 50^\circ$  και  $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ , τότε έχουμε:  $50^\circ + 2\widehat{B} = 180^\circ$  ή  $2\widehat{B} = 130^\circ$ , άρα  $\widehat{B} = 65^\circ$ .